

Prova totale

ANALISI MATEMATICA T-1 (C.d.L. Ing. Edile)

Università di Bologna - A.A. 2011/2012 - 6 Luglio 2012 - Prof. G.Cupini

MATRICOLA:

COGNOME:

NOME:

E-MAIL: (facoltativa)

ORALE: Si terrà mercoledì 18 luglio

Esercizio 1. (10 punti)

Si consideri la funzione $f(x) = \arctan \frac{2x}{x-2}$.

- (a) **(2 punti)** Determinarne il dominio e scrivere le equazioni degli eventuali asintoti verticali, orizzontali, obliqui.
- (b) **(2 punti)** Calcolare f' .
- (c) **(1 punto)** Determinare gli intervalli in cui f è crescente e quelli in cui è decrescente.
- (d) **(2 punti)** Calcolare f'' .
- (e) **(2 punti)** Determinare gli intervalli in cui f è convessa e quelli in cui è concava.
- (f) **(1 punto)** Disegnare un grafico di f , utilizzando le informazioni ottenute.

Esercizio 2. (5 punti) Si consideri il sistema ($\alpha \in \mathbb{R}$)

$$\begin{cases} 4x + \alpha y = 1 \\ \alpha x + z = 2 \\ 2y + \alpha z = 2\alpha \end{cases}$$

- (a) **(3 punti)** [8 CFU] Usando gli strumenti dell'algebra lineare, discutere la risolubilità del sistema al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, specificando per quali α esiste una unica soluzione, infinite o nessuna soluzione.
- (a') **(3 punti)** [6 CFU] Usando gli strumenti dell'algebra lineare: dire per quali $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste un'unica soluzione e, per quei valori, calcolare l'elemento di A^{-1} nella prima riga e seconda colonna.
- (b) **(2 punti)** [TUTTI] Sia A la matrice dei coefficienti del sistema. Siano u, v, w la prima, la seconda e la terza riga di A . Determinare gli $\alpha \in \mathbb{R}$ per cui $u \wedge v$ risulta ortogonale a $u - w$.

Esercizio 3. (4 punti) Si consideri $f(x) = |\log(x^2 - 3)|$.

- (a) **(1 punto)** Determinare il dominio di f .
- (b) **(3 punti)** Studiare la derivabilità di f in 2.

Esercizio 4. (6 punti) Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

- (a) **(3 punti)** $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 - 3x} - \sqrt{x^3 + 4x^2}}{x^{2/3} + \sqrt{x}}.$
- (b) **(3 punti)** $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(\cos(x^2))}{\sin(x^4) + x^5}$

Esercizio 5. (5 punti) Si consideri il numero complesso $w = \frac{1}{1+i}$.

- (a) **(2 punti)** Scrivere $z = \overline{(1-2i)w}$ in forma algebrica.
- (b) **(2 punti)** Scrivere z , determinato in (a), in forma esponenziale.
- (c) **(1 punto)** Usando (b) calcolare z^4 .